**תורת החישוביות – הרצאה 12**

**תזכורת**

העולם מעבר ל-:

* אוסף השפות הנתונות לזיהוי בזיכרון פולינומי

ראינו בתרגול:

* משיקולי ספירת קונפיגורציות
* (משפט סביץ׳)

פתוח:

האם ? (אם כל מה שאפשר לזהות בזיכרון יעיל ניתן גם לזהות בזמן יעיל)

האם ?

**הגדרה:**

השפה היא -שלמה אם:

**הבחנה:**

אם היא -שלמה אז:

**הגדרה:**

השפה

**משפט:**

היא -שלמה

**הבחנה 1:**

:

**הבחנה 2:**

:

**רעיונות להוכחת המשפט:**

1. נראה

נחשוב על כעץ:

(תרשים)

ערך האמת של עלה = חישוב נוסחה ללא משתנים עם קבועים בלבד – בזמן/בזיכרון פולינומי

ערך האמת של צומת פנימי = חישוב עפ״י ערך האמת של 2 הבנים + ערך הכמת (לכל או קיים)

ערך האמת של = ערך האמת של השורש

נכונות: עפ״י הגדרת ערך אמת של

ניתוח סיבוכיות זיכרון: עומק הרקורסיה: – מספר המשתנים

זיכרון בכל רמה: – בכל צומת אנו מעבירים הלאה את הנוסחה לאחר שהצבנו בה ערך של משתנה כלשהו

בסה״כ:

2. תהי . נראה

קיימת מ״ט עבור המשתמשת בזיכרון פולי׳ וזמן (משיקולי ספירת קונפיגורציות).

קיים חישוב מקבל של על , כלומר קיימת סדרת קונפיגורציות המהווה חישוב מקבל (ראינו במשפט קוק)

ראינו בהוכחת משפט Cook נוסחאות

למה אי אפשר פשוט להשתמש במשפט Cook? לא ניתן להגדיר את אותו עולם משתנים

למשל אי אפשר שלכל משתנה יהיה ערך בטבלה, כי מספר הצעדים אקספוננציאלי והרדוקציה לא תהיה פולינומית

סימון: נוסחה שערכה או״א ניתן להגיע מקונפ׳ לקונפ׳ תוך צעדים לכל היותר

אנו רוצים: בסיבוכיות

בסיס:

כלומר ניתן להגיע מ- ל- תוך אפס צעדים (אם הם שווים) או תוך צעד אחד

ניסיון 1:

נכונות - יש

סימון:

גודל הנוסחה המתקבלת עבור פרמטר

כלומר לא קיבלנו את מה שרצינו.

הניסיון הזה היה חשוד מראש כי השתמשנו בכמת ׳קיים׳.

ניסיון 2 (ואחרון):

ננסה להשתמש גם בכמת ׳לכל׳

כל המקרים בהם הרישא היא false לא מעניינים

יש שני מקרים שהרישא היא true:

*נכונות: הנוסחה בניסיון 2 שקולה לנוסחה בניסיון 1.*

*סיבוכיות:*

**התמודדות עם בעיות חישוב ״קשות״**

**דוגמא 1**

נגדיר את בעיית המינימיזציה:

**הבחנה:**

מסקנה: לחשב את הפונקציה זה קשה, והקושי נובע כי אנחנו רוצים את הערך הכי טוב

**אלגוריתמי קירוב**

טענה:

קיים אלג׳ **פולי׳** , בהינתן גרף מוצא כיסוי צמתים ב-.

נסנו המקיים

אלג׳ כזה נקרא 2-קירוב כפלי עבור

**תזכורת**

**שידוך:**  זרה בצמתים

שידוך מקסימלי = לא ניתן להגדלה

אלג׳ יעיל למציאת שידוך מקסימלי:

1.

2. עבור על כל (בסדר כלשהו)

אם זרה לקשתות ב-, הוסף אותה

מתקיים:

* אלג׳ פולינומי
* באינדוקציה: שידוך לאורך כל ריצת האלג׳
* בסוף האלג׳ הוא שידוך מקסימלי

אלג׳ :

1. מצא שידוך מקסימלי בגרף (למשל ע״י האלג׳ שראינו)

2. הפלט הוא שהוא אוסף הצמתים של קשתות

מתקיים:

* בצעד הראשון אנו מריצים אלג׳ יעיל ובצעד השני אנחנו מארגנים את הפלט, לכן יעיל
* נוודא ש- כיסוי:

– מכסה פעמיים

– אם היא זרה לקשתות ניתן להוסיפה ל-, בסתירה למקסימליות

* נסמן ב- כיסוי אופטימלי קטן ביותר. מתקיים:

כיוון ש- שידוך, מכיל צומת מכל קשת של והצמתים הנ״ל שונים זה מזה ולכן

**דוגמא 2**

נתון: גרף לא מכוון , עם קיבלת לכל

מצא: חתך שהקיבולת שלו גדולה ביותר

עובדה (ללא הוכחה): בעיות ההכרעה היא

טענה: קיים אלג׳ הסתברותי **יעיל** הפותר את בעיית ומוצא חתך שהקיבולת שלו מקיימת:

אלג׳:

לכל צומת ,

בהסתברות הוסף את ל-. אחרת בהסתברות הוסף את ל-

מתקיים:

* האלג׳ יעיל (הגרלת ביט מקרי שיקבע לאיזה חתך הצומת ישתייך)
* הבחנה:
* לכל קשת מה הסיכוי שהקשת היא בחתך?
* נגדיר משתנים מקריים מקבל 1 או״א בחתך.

קיבולת החתך: